

К ВЫБОРУ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ ПОПОЛНЕНИЯ ЗАПАСОВ В СЛУЧАЕ ПРОГНОЗИРУЕМЫХ ИЗМЕНЕНИЙ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Д.А. Миронов

Планирование товарно-сырьевых запасов является актуальной задачей как для торговых предприятий, так и для предприятий промышленности. По целевому назначению запас делится на две составляющие: страхового запаса и запланированный. Назначение страхового запаса амортизировать непредвиденные отклонения реальных процессов от плановых показателей и предотвращать связанные с этим убытки. Величина страхового запаса может быть определена вероятностными методами. Предметом данной статьи является обсуждение вопроса оптимизации величины планируемого запаса.

Для торговых предприятий наличие товарных запасов служит гарантией непрерывности товарного обращения, а закупки крупными партиями снижают постоянные издержки заказа и дают право воспользоваться скидками с объема заказа. Эти факторы действуют и для более сложной структуры материально-производственных запасов производственного предприятия, которая складывается из трех групп ([1], с. 177): сырье, незавершенное производство, готовая продукция.

Однако накопление товарно-сырьевых запасов имеет и обратную сторону. Чрезмерно высокий уровень запасов влияет на прибыльность по-скольку:

- материально-производственные запасы снижают коэффициент оборачиваемости всех фондов (отношение выручки от реализации к стоимости всех фондов);

- текущие запасы товарно-материальных ценностей требуют значительных расходов, поэтому избыточные запасы повышают издержки и снижают прибыль.

Простая, ставшая классической, модель основана на выборе размера партии, минимизирующей общие издержки управления запасами. Последние состоят из издержек выполнения заказа и издержек хранения запасов.

Издержки выполнения заказа — это накладные расходы, связанные с реализацией заказа. В промышленности эти издержки относят на подготовительно-заключительные операции.

Если C_0 - издержки выполнения заказа, а q - размер партии, то из-

держки выполнения заказа на единицу товара составят C_0/q . Для определения годовых затрат выполнения заказа необходимо умножить издержки на количество товара V , реализованного за год, т.е. $C_0 V/q$.

Издержки по содержанию запаса определяются затратами на складское хранение продукции в течение известного времени и непосредственно зависят от объема складированной продукции. Издержки хранения определяются средним уровнем запасов. При постоянной интенсивности сбыта годовые издержки хранения запасов составляют $C_U C_X q/2$, где C_U - закупочная цена единицы товара, C_X - процент затрат хранения.

Суммарные издержки управления запасами составят

$$C = C_0 V/q + C_U C_X q/2. \quad (1)$$

Действующие в противоположные стороны тенденции обуславливают существование точки экстремума функции суммарных издержек. Точка минимума функции (1) может быть определена из условия равенства нулю производной функции по q . Значение размера партии, минимизирующее годовые издержки управления запасами, является наиболее экономичным размером заказа. Таким образом, оптимальный размер заказа можно определить, исходя из общих годовых издержек, по формуле Уилсона ([2], с.138):

$$q_{opt} = \sqrt{2C_0 V / (C_U C_X)}. \quad (2)$$

Модель Уилсона отражает метод управления запасами "точно в срок". Главным принципом этого метода является точка зрения, что все запасы нежелательны и должны быть устранены или сведены к минимуму. Гарантией бесперебойной работы предприятия служит наличие у него достаточных производственных мощностей. Такое предприятие способно удовлетворить всплеск спроса путем быстрого наращивания производства. В свою очередь, торговые фирмы могут пойти на минимизацию товарных запасов при наличии надежных поставщиков с гарантией высокого качества обслуживания.

По понятным причинам модель "точно в срок" не актуальна для нашей экономики. Действительно, модель Уилсона накладывает жесткие ограничения на условия расчетов. Предполагается, что уровень запасов снижается равномерно в результате продаж, поступление товаров производится строго в соответствии с планом, инфляция пренебрежимо мала, спрос устойчив и постоянен. Кроме того, издержки, положенные в основу вывода формулы оптимального запаса (2), в общем случае, не могут быть выражены столь простыми функциями от стоимости запасов. Некоторые варианты отклонения фактических значений параметров могут быть аналитически учтены (см., например, [2], с.138, [3], с.154), но в общем случае, неустойчивая отечественная экономика плохо вписывается в классическую

модель товарно-сырьевых запасов. В более адекватной модели следует учитывать высокие темпы инфляции, резкие колебания курса рубля, процентной ставки, изменения цен, уровня спроса и прочих экономических показателей. От статической модели оптимального запаса целесообразно перейти к динамической модели. Результатом расчетов по динамической модели будет оптимальная стратегия заказов, учитывающая будущие изменения экономических факторов. К таким факторам, в первую очередь, относятся прогнозируемые изменения цен, спроса, процентной ставки, налоговой политики. Таким образом, источником информации для динамической модели являются прогнозируемые временные последовательности значений на рассчитываемый период. Длительность расчетного периода T ограничена достоверностью перспективного прогноза, а естественным минимальным шагом дискретизации Δt являются сутки.

Описание модели

Рассмотрим оптимизацию в условиях наличия точных сведений о будущих изменениях экономических параметров. Во-первых, такие прогнозы зачастую действительно реальны, во-вторых, полученное решение может служить базой для дальнейших вероятностных подходов. В терминах теории исследования операций соответствующая модель называется детерминированной динамической моделью ([4], с.15).

Оптимальная стратегия заказов представляет собой план пополнения запасов, распланированный по времени. При реализации этого плана заданное целевое выражение достигает своего экстремума. Описываемая модель в качестве целевой функции использует суммарные издержки управления запасами, что определяет поиск минимума целевой функции. В динамической модели целевая функция наряду с издержками приобретения и хранения запасов должна учитывать изменение стоимости запасов при колебании цен. Отсюда следует необходимость корректировки принципа оптимизации: условие минимума запасов следует заменить условием максимума эффективности инвестиций в товарно-сырьевые запасы при условии полного удовлетворения спроса. Срок исполнения заказа будем считать известным, поэтому задержки, связанные с исполнением заказа, могут быть компенсированы при планировании закупок.

Запишем слагаемые целевой функции ([1], с.177).

Средства, вложенные в запас:

$$F1 = \sum_{I=1}^N C(t_I)q(t_I),$$

где t_I - I -й момент времени периода прогнозирования (I принимает значе-

ния от 1 до N), $C(t_i)$ - цена единицы запаса в момент времени t_i , $q(t_i)$ - объём заказа.

Упущенная прибыль за счет вложения денежных средств в запас:

$$F2 = \sum_{I=1}^N Q(t_I) C(t_I) K(t_I) \Delta t,$$

где $Q(t_i)$ - запас, $K(t_i)$ - ставка процента.

Стоимость хранения:

$$F3 = \sum_{I=1}^N C_X(t_I, Q(t_I)) Q(t_I) \Delta t,$$

где $C_X(t_i, Q(t_i))$ - стоимость хранения единицы запаса, зависящая от момента времени и величины запаса (в типичном случае скачкообразно увеличивается после заполнения имеющихся складских площадей).

Стоимость страхования, поимущественных налогов:

$$F4 = \sum_{I=1}^N (C_C(t_I) + C_H(t_I)) Q(t_I) C(t_I) \Delta t,$$

где $C_C(t_i)$, $C_H(t_i)$ - ставки страхования и налогов соответственно.

Расходы на погрузочно-разгрузочные работы и приемку (переменные расходы):

$$F5 = \sum_{I=1}^N q(t_I) C_{\Pi}(t_I),$$

где $q(t_i)$ - объём заказа в I -й период, $C_{\Pi}(t_i)$ - расходы на погрузочно-разгрузочные работы, отнесенные к единице запаса.

Расходы на оформление заказа (постоянные расходы, не зависящие от размера заказа):

$$F6 = \sum_{I=1}^N \delta(q(t_I)) C_0(t_I),$$

где $C_0(t_i)$ - расходы на оформление одного заказа, дельта-функция $\delta(a) = 1$, если $a > 0$, и $\delta(a) = 0$, если $a \leq 0$.

Скидки с объема заказа:

$$F7 = \sum_{I=1}^N C(t_I) q(t_I) C_D(t_I, q(t_I)),$$

где $C_D(t_i, q(t_i))$ - скидка цены в зависимости от объема заказа.

В указанных обозначениях целевая функция будет выглядеть следующим образом:

$$F = F1 + F2 + F3 + F4 + F5 + F6 - F7, \quad (3)$$

а условие баланса:

$$Q(t_I) = Q(t_{I-1}) + q(t_I) - R(t_I), \quad (4)$$

где $R(t_I)$ - объем реализации в I -й период, $I=1, \dots, N$, $Q(t_0)$ - начальный запас.

Функция заказов $q(t_I)$, минимизирующая целевое выражение (3) при выполнении условий (4), приводит к оптимальной стратегии заказов.

Метод решения задачи

Рассматривается бездефицитный вариант, т.е. неудовлетворение спроса не допускается. Формально это означает, что в каждый момент времени поддерживается неотрицательная величина запаса $Q(t_I) \geq 0$, $I = 1, \dots, N$. Начальный и конечный запас $Q(t_0)$, $Q(t_N)$ задаются в качестве граничных условий. Что касается конечного запаса, необходимость его предварительного определения не столь очевидна и требует пояснения. Действительно, модель не может дать никаких рекомендаций об оптимальном запасе на момент t_N , поскольку не имеет прогнозируемых данных на последующий период времени. Пользователь задает величину конечного запаса опираясь на дополнительные источники информации.

Поиск оптимального решения сопровождается перебором возможных объемов заказов, количество которых зависит от степени квантования Δq величины заказа. Таким образом, уменьшение Δq повышает точность результата, одновременно увеличивая время расчетов. Определим стратегию заказов S как вектор $S = (q(t_1), \dots, q(t_N))$. Точность модели можно оценить как максимальное отклонение полученной на ней стратегии заказов S от стратегии S_{opt} , полученной на модели с $\Delta q \rightarrow 0$. В данном случае принято следующее допущение: спрос за промежуток времени Δt удовлетворяется в объеме одного заказа. Отклонение любого компонента стратегии S от соответствующего компонента стратегии S_{opt} в этом случае не превышает максимального спроса за единичный интервал времени Δt . При необходимости, увеличение точности может быть достигнуто уменьшением величины Δq .

Особенностью динамических моделей является многошаговый процесс оптимизации. В данной задаче на первом этапе присваиваются начальные значения заказов, равные спросу $q(t_I) = R(t_I)$, $I = 1, \dots, N$. Назовем такую стратегию заказов стратегией нулевого запаса S_I . В дальнейшем издержки, возникающие при реализации стратегии S_I , удобно использовать для расчета относительного уменьшения издержек при более совершенных стратегиях. На втором этапе стратегия заказов корректируется для удовлетворения граничных условий, начальный и конечный запас приводятся в соответствие с заданными значениями. Для оптимизации заказов под прогнозируемое изменение цен на третьем этапе целесообразно упрощ-

тить целевую функцию, временно исключив из нее постоянные издержки заказа и скидку с объема заказа:

$$F_{\text{промежуточная}} = F1 + F2 + F3 + F4 + F5. \quad (5)$$

Модели оптимизации соответствует сеть путей удовлетворения спроса. Каждая вершина сети сопоставлена с заданным спросом $R(t_I)$, $I = 1, \dots, N$, дуги указывают все возможные пути удовлетворения спроса. Начало и конец каждой дуги соответствуют моментам заказа и реализации партии товара. Оптимальное сочетание переходов между узлами будет достигнуто при минимуме целевой функции (5).

Следующий этап оптимизации учитывает постоянные издержки заказа и скидки с объема заказа. По сути, на этом этапе происходит укрупнение заказываемых партий до наиболее экономически выгодного объема за счет уменьшения количества заказов. Из формулы Уилсона (2) можно вывести условие, которым следует руководствоваться в операции укрупнения заказов. Это условие гласит, что издержки управления запасом достигают минимума при равенстве постоянных издержек заказа и издержек хранения.

Действительно, подставив $q = q_{\text{opt}}$ из (2) в уравнение

$$C_0 V / q = C_U C_X q / 2,$$

где левое выражение представляет собой издержки заказа, а правое - издержки хранения, после преобразований получим тождество.

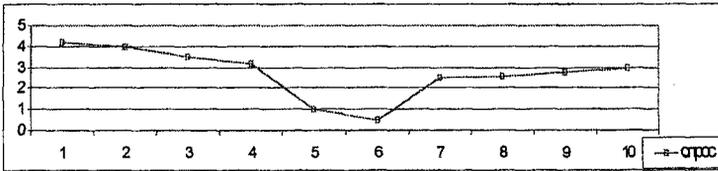
Тестовые испытания модели показали, что это соотношение в модифицированном виде правомочно использовать и в динамической модели, применяя его к отдельным интервалам Δt на этапе укрупнения заказов. Введем обозначения: J - номер заказа, $J = 1, \dots, M$, M - число заказов за плановый период, $t_z(J)$ - период, в который сделан J -й заказ, $t_z(J) = 1 \dots N$, $C_0(J)$ - постоянные издержки выполнения заказа, $C_V(I)$ - издержки хранения всего запаса за I -й период, $P(I)$ - изменение стоимости запаса вследствие изменения цены за I -й период, $D(J)$ - скидка. В этих обозначениях можно записать рекуррентное соотношение для определения периода между заказами J и $J+1$:

$$C_0(J) = \sum_{I=t_z(J)}^{t_z(J+1)} C_V(I)P(I) - D(J).$$

Инструментом, с помощью которого была реализована вычислительная модель, выбраны электронные таблицы Excel пакета Microsoft Office. Большим достоинством таблиц явилось удобство ввода-вывода значительного объема числовых данных, а также наглядное представление временных рядов в виде графиков и диаграмм. На рисунке представлен элемент интерфейса модели.

В строке "спрос" задается динамика изменения спроса, а график опе-

спрос	4,1	4	3,5	3,2	1	0,5	2,5	2,6	2,8	3
-------	-----	---	-----	-----	---	-----	-----	-----	-----	---



ративно иллюстрирует введенную информацию.

Вычислительные алгоритмы модели разделены между рабочим листом EXCEL и модулем программного кода. Оказалось удобным разместить в ячейках таблицы расчет издержек, расчет целевой функции и выполнение условия баланса (4). Все остальные алгоритмы оптимизации выполняются модулем программного кода, который написан на языке Visual Basic.

Результаты моделирования на различных примерах показали, что погрешность решения укладывается в указанные выше рамки точности модели. Оценим эффективность $E(S)$ стратегии управления запасами S в виде снижения суммарных издержек $C(S)$ по сравнению со стратегией нулевого запаса $S1$:

$$E(S) = (C(S) - C(S1)) / C(S1) \cdot 100\%.$$

На рассмотренных примерах снижение общих издержек запаса $E(S)$ составило от 5,5% до 11,3%.

Таким образом, в условиях неустойчивой, но во многих случаях предсказуемой экономики, динамическое моделирование может служить инструментом снижения издержек управления запасами, как для промышленных, так и для торговых предприятий.

Исходные данные для динамических моделей могут быть получены при помощи специализированных пакетов, таких как "Forecast Expert", "Олимп: СтатЭксперт" ([5], с.104), предназначенных для анализа и прогнозирования данных различной природы, в частности временных рядов экономических параметров.

Литература.

1. Финансовое управление компанией./ Ред. Е.В. Кузнецова. - М.: Фонд "Правовая культура", 1996.
2. Неруш Ю.М. Коммерческая логистика. - М.: Банки и биржи, 1997.

3. Щедрин Н.И. Экономико-математические методы в торговле. - М.: Экономика, 1980.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций. - М.: Мир, 1973, т. 2.
5. Компьютер в бухгалтерском учете и аудите. - 1999. - №1.